

高雄市立大灣國民中學 110 學年度第一學期第三次段考三年級數學科試題

命題範圍：3-1 推理證明~3-2 三角形的心 班級： 座號： 姓名：

(注意事項：試題中的附圖，僅供參考，不一定代表實際大小。)

一、選擇題(每題 4 分，共 40 分)

1.() 下列敘述何者正確？

- (A) 三角形的外心都在三角形的內部
 (B) 等腰三角形的三心在同一條直線上
 (C) 直角三角形的重心在斜邊中點上
 (D) 三角形的內心到三角形三頂點的距離都相等

2.() 如下圖(一)，坐標平面上有 $A(0, 6)$ 、 $B(b, 0)$ 、 $C(0, -7)$ 三點，其中 $b < 0$ ，若 $\angle ABC = 110^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的外心在第幾象限？

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3.() 如下圖(二)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 24$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， G 點為重心， O 點為 \overline{AC} 的中點，求 $\overline{BG} = ?$

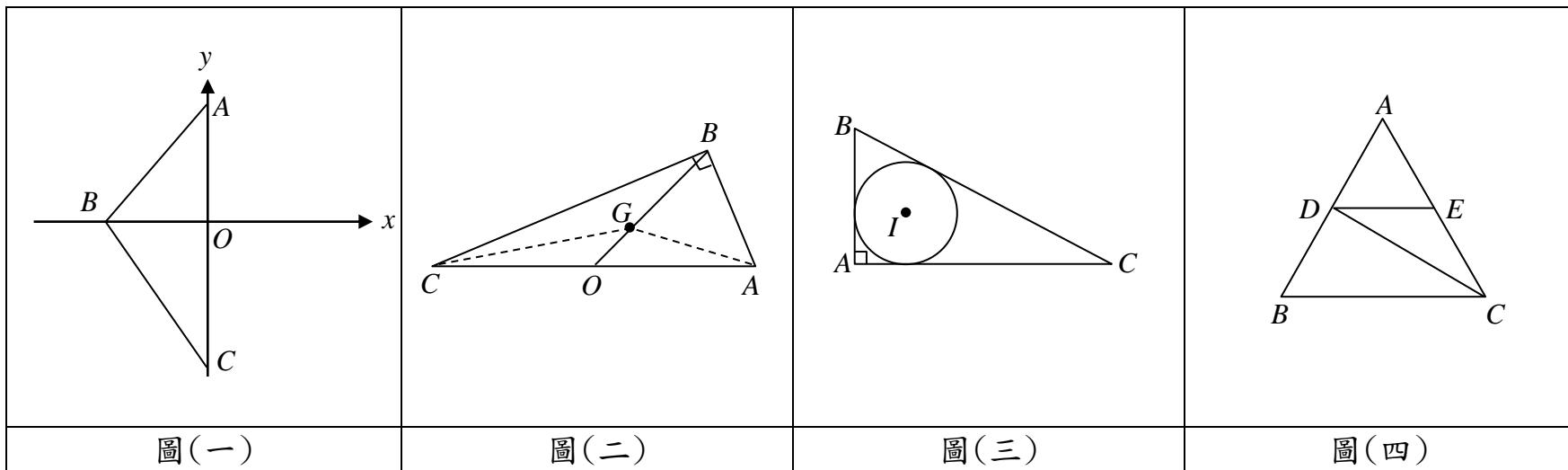
- (A) $\frac{50}{3}$ (B) $\frac{25}{6}$ (C) $\frac{25}{3}$ (D) $\frac{25}{2}$

4.() 如下圖(三)， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，已知 $\overline{BC} = 26$ ， $\overline{AC} = 24$ ，請問 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5.() 如下圖(四)， \overrightarrow{CD} 為 $\angle ACB$ 的角平分線， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle ACD$ 的周長為 18， $\overline{CD} = 7$ ，請問 $\triangle ADE$ 的周長為？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12



6.() 如下圖(五)，已知四邊形 $ABDE$ 、 $ACFG$ 均為正方形，且 $\angle BAC = 30^\circ$ 、 $\angle ABG = 35^\circ$ ，則 $\angle ACE = ?$

- (A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 40°

7.() 如下圖(六)， D 為 \overline{AE} 的中點， C 為 \overline{BE} 的中點， \overline{BD} 與 \overline{AC} 交於 F 點，若 $\triangle ADF$ 的面積為 12，則下列敘述何者正確？

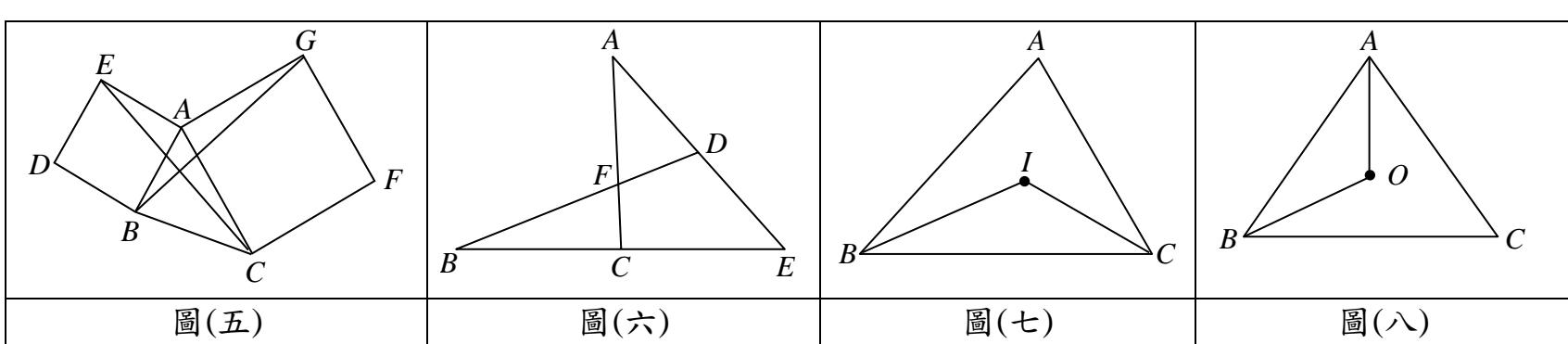
- (A) $\overline{FD} : \overline{BD} = 1 : 2$ (B) 四邊形 $CEDF$ 的面積為 24 (C) $\triangle ADF \sim \triangle BFC$ (D) $\triangle AEC \cong \triangle EBD$

8.() 如下圖(七)，已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 64^\circ$ ，則 $\angle BIC = ?$

- (A) 116° (B) 122° (C) 128° (D) 134°

9.() 如下圖(八)設 O 為正三角形 ABC 的外心，且 $\overline{AO} = 4\sqrt{3}$ ，則 $\triangle ABO$ 的面積為多少？

- (A) $48\sqrt{3}$ (B) $36\sqrt{3}$ (C) $24\sqrt{3}$ (D) $12\sqrt{3}$



10.() 以下是五條、悠仁兩人證明 $\sqrt{24} + \sqrt{8} > \sqrt{24+8}$ 的過程：

五條：因為 $\sqrt{24} > \sqrt{16} = 4$ ， $\sqrt{8} > \sqrt{4} = 2$

所以 $\sqrt{24} + \sqrt{8} > 4 + 2 = 6$

且 $\sqrt{24+8} = \sqrt{32} < \sqrt{36} = 6$

所以 $\sqrt{24} + \sqrt{8} > 6 > \sqrt{24+8}$

悠仁：作一個直角三角形，兩股長分別為 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{8}$

利用畢式定理 $(\sqrt{24})^2 + (\sqrt{8})^2 = 24 + 8$ 得斜邊長為 $\sqrt{24+8}$

因為 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{24+8}$ 為此三角形的三邊長

所以 $\sqrt{24} + \sqrt{8} > \sqrt{24+8}$

對於兩人的證法，下列哪一個判斷是正確的？

(A)兩人都正確 (B)兩人都錯誤

(C)五條正確，悠仁錯誤 (D)五條錯誤，悠仁正確

二、填充題(每格 4 分，共 52 分) (答案需全對才予以給分)

1. 已知 a 為奇數 b 為偶數，則 $3a - 5b$ 為 _____ ① _____。(請填奇數或偶數)。

2. 如下圖(九)， $\triangle ABC$ 中， O 點為外心，若 $\angle A=70^\circ$ ，求 $\angle BOC=$ _____ ② _____ 度。

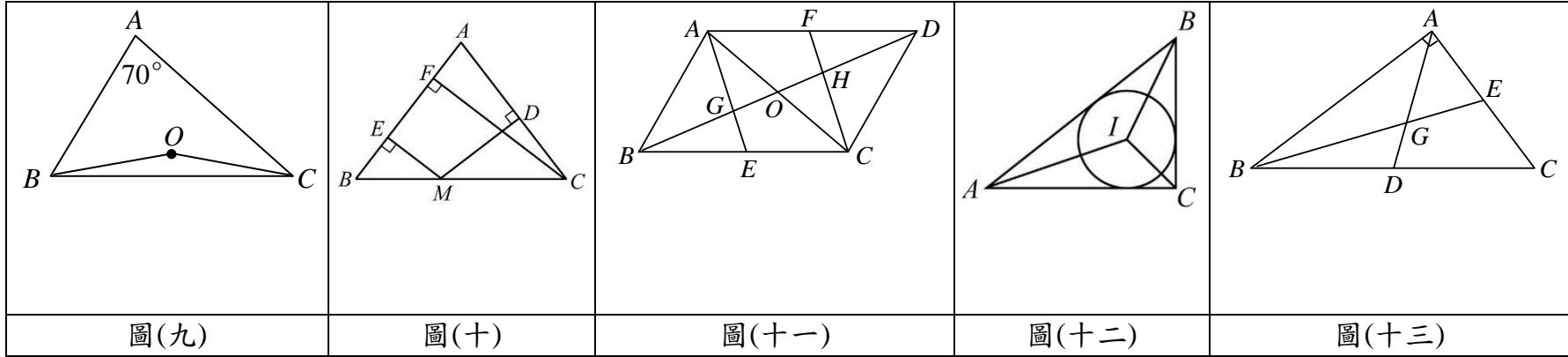
3. 如下圖(十)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{ME} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ ，若 $\overline{CF}=11$ ， $\overline{DM}=7$ ，則 $\overline{EM}=$ _____ ③ _____。

4. 如下圖(十一)，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， E 、 F 為 \overline{BC} 、 \overline{AD} 中點，對角線 \overline{BD} 分別交 \overline{AE} 、 \overline{CF} 於 G 、 H ，已知四邊形 $CEGH$ 面積為 36，求此平行四邊形的面積為 _____ ④ _____。

5. 如下圖(十二)， $\triangle ABC$ 中， I 點為內切圓的圓心， $\triangle ABI$ 的面積為 30， $\triangle ACI$ 的面積為 24， $\triangle BCI$ 的面積為 20，則 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} =$ _____ ⑤ _____。(需化成最簡整數比)

6. 如下圖(十三)， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， D 、 E 為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點， G 點為重心，

$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ ， $\overline{GE} = \frac{\sqrt{37}}{3}$ ，求 $\overline{AG} =$ _____ ⑥ _____。

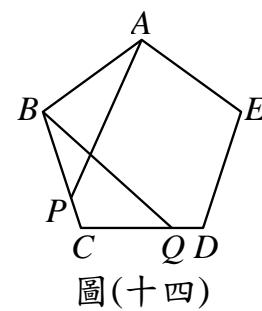


7. 已知 b 為正整數， $B=(4b-5)^2-4(4b-5)+11$ ，則 B 必為 a 的倍數，

則 a 的最大值為 _____ ⑦ _____。

8. 如右圖(十四)，正五邊形 $ABCDE$ 中， $\overline{BP} = \overline{CQ}$ ，若 $\angle BPA=42^\circ$ ，

則 $\angle CBQ=$ _____ ⑧ _____ 度。



圖(十四)

9. 如下圖(十五)，如右圖， G 點為直角 $\triangle ABC$ 的重心， $\angle ABC=90^\circ$ ，且 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=6$ ，

則 G 到 \overline{AC} 的距離為_____ ⑨ _____。

10. 如下圖(十六)， O 點為等腰 $\triangle ABC$ 的外心， $\overline{AB}=\overline{AC}=15$ ， $\overline{BC}=24$ ， $\overline{AO}\perp\overline{BC}$ 於 D 點，

則 $\overline{DO}=$ _____ ⑩ _____。

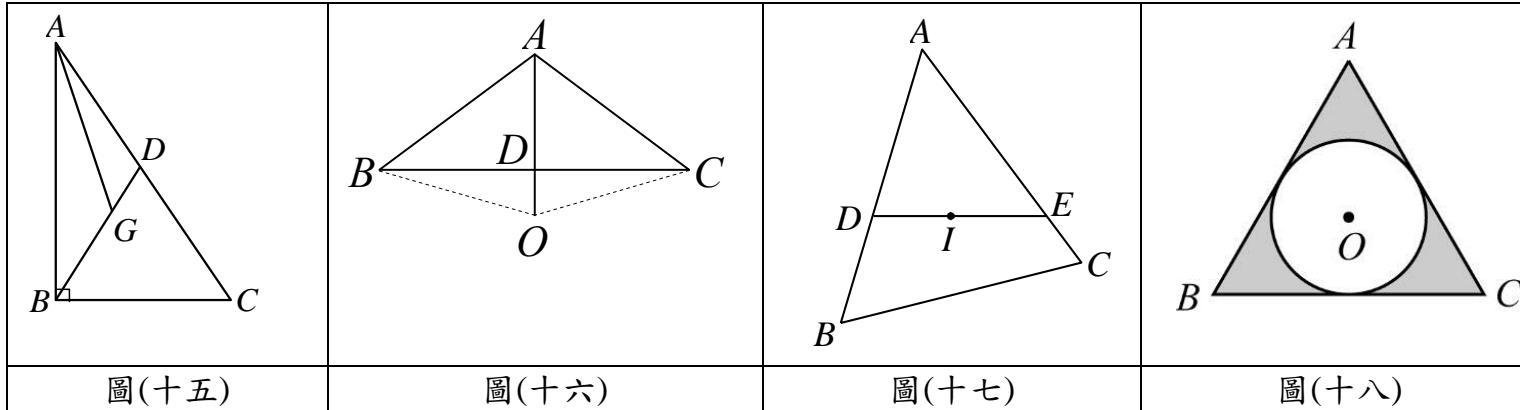
11. 如下圖(十七)， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相交於 D 點、 E 點。

若 $\overline{AD}=\overline{DE}=10$ ， $\overline{AE}=12$ ，則 I 點到 \overline{BC} 的距離為_____ ⑪ _____。

12. 如下圖(十八)，圓 O 為正三角形 ABC 的內切圓，若 $\overline{AB}=6$ ，則灰色區域的面積為_____ ⑫ _____。

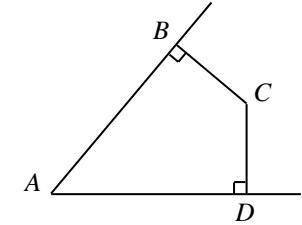
13. 直線 $-3x+2y=12$ 與 x 軸、 y 軸交於 A 、 B 兩點，與原點 O 形成 $\triangle AOB$ ， P 為所形成三角形的外心，

請問 $\triangle AOB$ 的外接圓面積為_____ ⑬ _____。



三、 計算題(每題 4 分，共 8 分) (請於答案卷中寫計算過程，如只有答案將不予以計分)

1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC}=\overline{CD}$ ， $\overline{BC}\perp\overline{AB}$ ， $\overline{CD}\perp\overline{AD}$ ，求證 \overline{AC} 是 $\angle BAD$ 的角平分線。



2. 已知一直角三角形的三邊長 $(a-d)$ 、 a 、 $(a+d)$ 成等差數列，試證此直角三角形三邊長的比為 $3:4:5$ 。