

# 立體圖形

## 討論一 空間中的垂直與平行

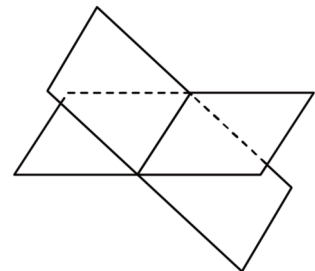
### 題型一 空間中的平面

#### (1) 平面的理解：

- ①平面的概念：常見的桌面、黑板面、平靜的水面，都給我們以平面的直覺形象。幾何學裡所說的平面就是從這樣一些物體中抽象出來的，但是幾何裡的平面是可無限延伸的。

平面無厚薄、無大小、無數個平面疊在一起仍然是一個平面，平面無所謂面積。

- ②平面的畫法：在立體幾何中，通常用平行四邊形來表示平面，當平面水平放置時，通常把平行四邊形的銳角畫成 $45^\circ$ ，且橫邊是鄰邊長的兩倍。如果一個平面被另一個平面遮擋住，被遮擋的部分應用虛線表示，如圖所示。

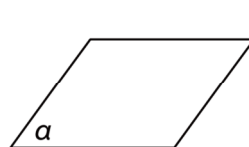


- ③平面的表示：平面的表示方法通常有三種，

第 1 種是用一個小寫的希臘字母表示，如平面  $\alpha$ 、平面  $\beta$ 、平面  $\gamma$  等，如圖(一)。

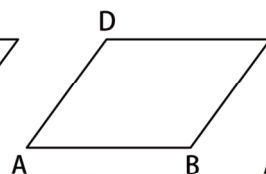
第 2 種是用表示平面的平行四邊形的四個頂點，或者相對的兩個頂點的大寫英文字母表示，如平面 ABCD、平面 AC 等，如圖(二)。

第 3 種是用表示平面內不共線三點的三個大寫英文字母表示，如平面 ABC 等，如圖(三)。



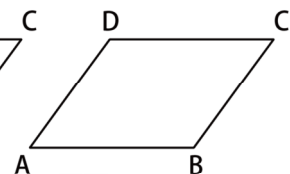
平面  $\alpha$

圖(一)



平面 ABCD

圖(二)



平面 ABC

圖(三)

(2) 平面和平面的關係：

- ① 兩個平行重合。
- ② 兩個平面平行。
- ③ 兩個平面交於一直線。

(3) 如何確定一平面：

- ① 經過一條直線和直線外一點，有且只有一個平面。
- ② 經過兩條相交直線，有且只有一個平面。
- ③ 經過兩條平行直線，有且只有一個平面。
- ④ 經過不共線的三點，有且只有一個平面。

(1) 判斷下列說法是否正確。

- ① 任何一個平面圖形都是一個平面，
- ② 平面的形狀是平行四邊形，
- ③ 三角形、圓、平行四邊形都可以表示平面，
- ④ 一個平面被另一個平面遮住時，被遮部分應畫成虛線或不畫。

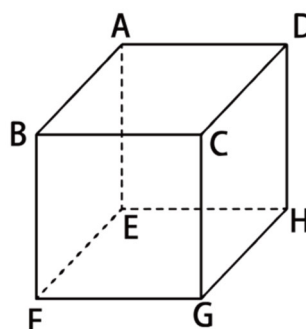
(2) 判斷下列說法是否正確。

- ① 一點和一條直線確定一個平面，
- ② 經過同一點的兩條直線確定一個平面，
- ③ 兩兩相交的三條直線確定一個平面，
- ④ 首尾依次相接的四條線段在同一平面內。

- (3) 〈空間中不共線的相異三點恰可決定一平面〉，利用此性質可知：  
 空間中不共線相異 4 點至多決定多少個相異平面；  
 又空間中不共線相異 5 點至多決定多少個相異平面？

(4) 長方體中：

- ①和面  $ABCD$  平行的平面有？
- ②和面  $AEFB$  垂直的平面有？
- ③和面  $BDHF$  垂直的平面有？



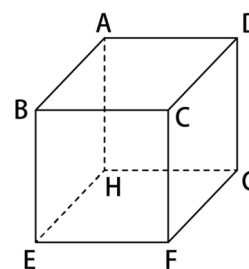
### 立即練習一

(1) 試判定下列敘述是否正確：

- ①空間中任意三相異點決定一平面，
- ②空間中的兩平行線決定一平面，
- ③空間中兩兩相交但不交於同一點的三直線決定一平面，
- ④空間中相交兩相異直線決定一平面。

影音詳解碼 11116

- (2) 如圖：①和平面  $ABCD$  平行的平面是哪些？  
 ②和平面  $EFGH$  垂直的平面是哪些？

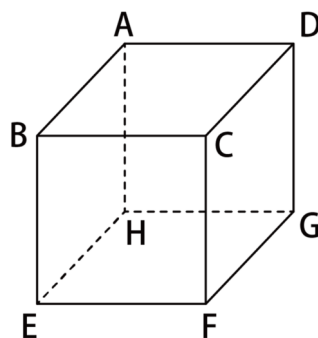


影音詳解碼 21116

題型二 空間中的直線和平面

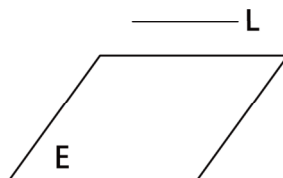
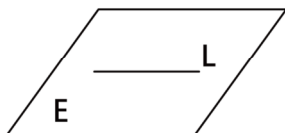
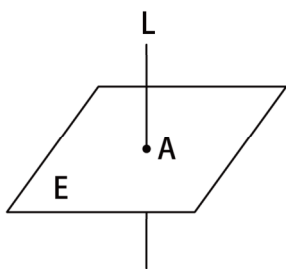
(1) 空間中兩直線的關係：

- ①兩直線交於一點。
- ②平行直線。
- ③重合直線。
- ④歪斜線(異面直線)。

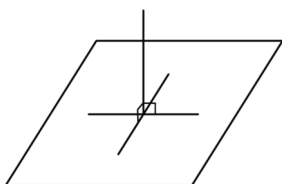


(2) 空間中平面和直線的關係：

- ①直線和平面相交於一點。
- ②直線在平面內。
- ③直線和平面平行。



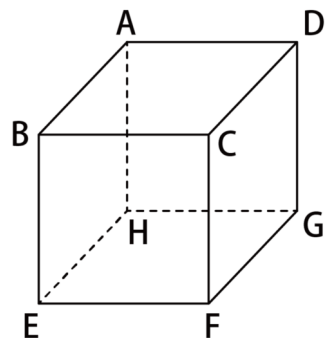
(3) 空間中直線和平面垂直：



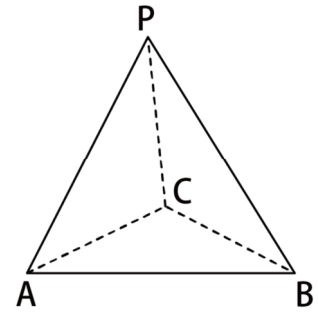
(1) 如圖：①和直線  $\overleftrightarrow{AB}$  平行的直線有哪些？

②和直線  $\overleftrightarrow{EF}$  垂直的直線有哪些？

③和直線  $\overleftrightarrow{BE}$  歪斜的直線有哪些？



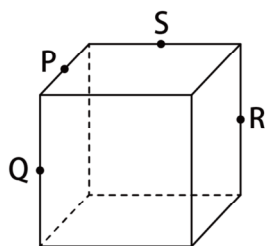
- (2) 如圖所示，在三棱錐  $P-ABC$  中，六條棱所在的直線中，歪斜共有多少對？



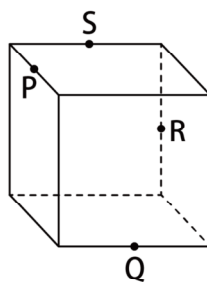
- (3) 判斷下列命題的真假。

- ①若兩個平面都與第三個平面平行，則這兩個平面平行，
- ②垂直於同一條直線的兩個平面平行，
- ③垂直於同一個平面的兩個平面平行，
- ④平面  $E$  上有一直線  $L$ ，在平面  $E$  外有一直線  $M$ ， $M \perp L$ ，則  $M \perp E$ 。

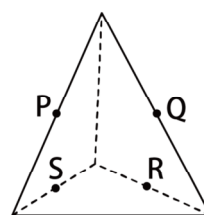
- (4) 下列各圖是正方體或正四面體， $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$  分別是所在邊的中點，則這四點不共面的是哪一個？



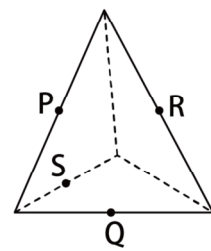
(A)



(B)

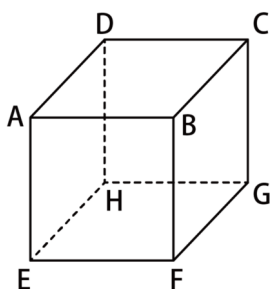


(C)



(D)

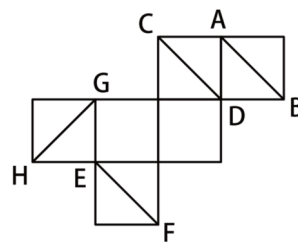
(5) 如圖所示，正方體的八個頂點一共可以確定多少個平面？



(6) 如果在二個平面內分別有一條直線，這二條直線互相平行，那麼這二個平面的位置關係是？

- (A) 平行      (B) 相交      (C) 平行或相交      (D) 垂直相交

(7) 如圖表示一個正方體表面的一種展開圖，圖中的四條線段  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{EF}$  和  $\overline{GH}$  在原正方體中相互異面的有多少對？



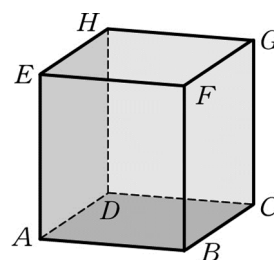
## 立即練習二

- (1) 若直線  $m$  不平行於平面  $\alpha$ ，且  $m$  不在平面  $\alpha$  上，則下列結論成立的是？
- (A)  $\alpha$  內的所有直線與  $m$  歪斜。  
 (B)  $\alpha$  內不存在與  $m$  平行的直線。  
 (C)  $\alpha$  內存在唯一的直線與  $m$  平行。  
 (D)  $\alpha$  內的直線與  $m$  都相交。

影音詳解碼 12116

- (2) 如附圖之長方體，試問在各稜所在的直線中。
- ① 與直線  $\overleftrightarrow{AB}$  互為歪斜線的有哪些？  
 ② 互為歪斜的直線共有幾對？

影音詳解碼 22116



- (3) 空間中有多少個不同的平面，包含四個相異點，試畫圖說明。

影音詳解碼 32116

- (4) 六角錐的稜所在的 12 條直線中，歪斜線共有多少對？

影音詳解碼 42116



① 思考後還是不解 ② 解出後想再聽老師講一次

掃描QR code 輸入各題 影音詳解碼



## 討論一 空間中的垂直與平行

### P.01 題型一 空間中的平面

- (1)正確為③，④。 (2)正確為②，③。 (3)4 個；10 種。  
(4)①面 EFGH，②面 ADHE；面 ABCD；面 BCGF；面 EFGH，  
③面 ABCD；面 EFGH。

### P.03 立即練習一

- (1)②、③、④均正確，(①不正確， $\because$ 三點還要不共線)  
(2)①面 EFGH，②面 ABEH；面 BCFE；面 CDGF；面 AHGD。

### P.04 題型二 空間中的直線和平面

- (1)①  $\overleftrightarrow{CD}$ ； $\overleftrightarrow{FG}$ ； $\overleftrightarrow{EH}$ ，②  $\overleftrightarrow{FG}$ ； $\overleftrightarrow{CF}$ ； $\overleftrightarrow{EH}$ ； $\overleftrightarrow{BE}$ ，③  $\overleftrightarrow{CD}$ ； $\overleftrightarrow{FG}$ ； $\overleftrightarrow{AD}$ ； $\overleftrightarrow{HG}$ 。  
(2)3 對。 (3)①0，②0，③X，④X。 (4)不共面的是(D)。  
(5)20 個平面。 (6)(C)平行或相交。 (7)3 對。

### P.07 立即練習二

- (1)成立的是(B)。 (2)①直線  $\overleftrightarrow{DH}$ 、直線  $\overleftrightarrow{CG}$ 、直線  $\overleftrightarrow{EH}$ 、直線  $\overleftrightarrow{FG}$ ；②24  
(3)略(參考影片)。 (6)24 對。